RLA ACADEMY

TNPSC CTSE EXAM

(INTERVIW & NON-INTERVIEW POSTS)



PDF TEST BATCH

BASICS OF ENGINEERING

அடிப்படை பொறியியல்

(DEGREE STANDARD)

₹899/- | **CODE: 422** | **UNIT WISE**

2000 MCQ QUESTIONS WITH ANSWER EXPLANATION

ELIGIBLE POSTS & DEPARTMENTS FOR BASIC OF ENGINEERING SUBJECTS

No.	Post name	Department / Organisation	Standard
1	Assistant Director of Industries and Commerce (Technical)	Industries and Commerce	Degree
2	Assistant Director of Training / Principal, ITI	Employment and Training	Degree
3	Assistant General Manager	State Industries Promotion Corporation of Tamil Nadu Limited	Degree
4	Senior Officer (Technical)	Tamil Nadu Industrial Investment Corporation Limited	Degree
5	Assistant Engineer (Industries)	Industries and Commerce	Degree
6	Manager – Engineering	Tamil Nadu Co-operative Milk Producers' Federation Limited	Degree

PDF Sample Available – Our Website | www.rlaacademy.com

WhatsApp: 96004 20486 | தமிழ் & ENGLISH MEDIUM

Unit 01 : MATHEMATICS

அலகு 01 : கணிதம்

QUESTION

01. The characteristic equation of a real matrix A is $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$. What are the eigenvalues of A?

ஒரு மெய் அணியின் பண்புச் சமன்பாடு $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ எனில், அதன் ஐகன் மதிப்புகள் யாவை?

A. $\lambda = 1,6$ – $\lambda = 1,6$

B. $\lambda = 2,3$ – $\lambda = 2,3$

C. $\lambda = -2,-3$ – $\lambda = -2,-3$

D. $\lambda = 0,5$ – $\lambda = 0,5$

02. If a square matrix A has characteristic polynomial $p(\lambda) = \lambda^2 - 4\lambda + 3$, which matrix identity must it satisfy?

ஒரு சதுர அணியின் பண்புப் பல்லுறுப்புக்கோவை $p(\lambda) = \lambda^2 - 4\lambda + 3$ எனில், அந்த அணி நிறைவேற்ற வேண்டிய சமன்பாடு எது?

A. $A^2 + 4A + 3I = 0$

B. $A^2 - 3A + 4I = 0$

C. $A^2 - 4A + 3I = 0$

D. $A^2 + 3A - 4I = 0$

03. Determine the order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$.

$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$ என்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் வரிசையையும் படியையும் கண்டறிக.

A. Order 2, degree 3 – வரிசை 2, படி 3

B. Order 3, degree 2 – வரிசை 3, படி 2

C. Order 4, degree 1 – வரிசை 4, படி 1

D. Order 3, degree 4 – வரிசை 3, படி 4

04. For the differential equation $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}$, which particular integral is correct?

$y'' - 3y' + 2y = e^{3x}$ என்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டிற்கான ஒரு சிறப்புத் தீர்வு எது?

A. $y_p = \frac{e^{3x}}{2}$

B. $y_p = 3e^{3x}$

C. $y_p = e^{2x}$

D. $y_p = \frac{e^{3x}}{6}$

05. If $u = x^3 + y^3 + 3xy^2$ is a homogeneous function of degree 3, what is $xu_x + yu_y$?

$u = x^3 + y^3 + 3xy^2$ என்பது 3 ஆம் படியுடைய ஒருபடித்தான சார்பு எனில், $xu_x + yu_y$-இன் மதிப்பு என்ன?

A. u

B. $2u$

C. $3u$

D. $4u$

06. Evaluate $\int xe^x\,dx$ using integration by parts.

பகுதித் தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி $\int xe^x\,dx$-ஐக் கணக்கிடுக.

A. $e^x(x+1) + C$

B. $xe^x + C$

C. $e^x(x-1) + C$

D. $\frac{x^2e^x}{2} + C$

07. For the vector field $\vec{F} = x^2\hat{\imath} + y^2\hat{\jmath} + z^2\hat{k}$, determine its divergence at (1,1,1).

$\vec{F} = x^2\hat{\imath} + y^2\hat{\jmath} + z^2\hat{k}$ என்ற வெக்டர் புலத்தின் (1,1,1) என்ற புள்ளியிலான பாய்வு விரிவைக் கண்டறிக.

A. 3

B. 6

C. 9

D. 1

08. For $f(z) = u + iv$ to be analytic at a point where the first partial derivatives are continuous, which pair of equations must be satisfied?

$f(z) = u + iv$ என்ற கலப்புச் சார்பு, முதல் பகுதி வகையீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ள ஒரு புள்ளியில் பகுப்பாய்வுச் சார்பாக இருக்க, நிறைவேற வேண்டிய சமன்பாடுகள் எவை?

A. $u_x = v_x,\ u_y = v_y$

B. $u_x = -v_x,\ u_y = v_y$

C. $u_x = v_y,\ u_y = v_x$

D. $u_x = v_y,\ u_y = -v_x$

09. If a function has a single simple pole at $z = 0$ with residue 2, what is $\oint_C f\,(z)\,dz$ when C is a positively oriented closed contour enclosing only that pole?

ஒரு சார்பிற்கு $z = 0$–இல் மட்டும் எளிய துருவம் உள்ளது; அதன் எச்சம் 2. அந்தத் துருவத்தை மட்டும் உள்ளடக்கிய நேர்மறைத் திசையில் செல்லும் மூடிய வரையறை C–க்கான $\oint_C f\,(z)\,dz$–இன் மதிப்பு என்ன?

A. $2\pi i$

B. $4\pi i$

C. 2

D. 0

10. For $a > 0$, what is the Laplace transform of $f(t) = \sin(at)$?

$a > 0$ எனில், $f(t) = \sin(at)$ என்ற சார்பின் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $\frac{s}{s^2+a^2}$

B. $\frac{1}{s+a}$

C. $\frac{a}{s^2+a^2}$

D. $\frac{a}{s+a}$

11. For the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, which vector is an eigenvector corresponding to the eigenvalue $\lambda = 4$?

$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு $\lambda = 4$ என்ற ஐகன் மதிப்புடன் தொடர்புடைய ஐகன் வெக்டர் எது?

A. $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

12. A real matrix Q represents an orthogonal transformation if $Q^T Q = I$. What property does this transformation preserve?

ஒரு மெய் அணி Q, $Q^T Q = I$ என்ற நிபந்தனையை நிறைவேற்றினால் அது செங்குத்து உருமாற்றத்தை அளிக்கிறது. இவ்வுருமாற்றம் எந்தப் பண்பைப் பாதுகாக்கிறது?

A. Vector length and inner products – வெக்டரின் நீளமும் உள் பெருக்கமும்

B. Determinant must always be zero – அணிக்கோவை எப்போதும் பூச்சியமாக இருத்தல்

C. Every eigenvalue must be zero – அனைத்து ஐகன் மதிப்புகளும் பூச்சியமாக இருத்தல்

D. Matrix must be singular – அணி ஒருமையற்றதாக இருத்தல்

13. The quadratic form $3x^2 + 3y^2$ is already diagonal. Which statement correctly describes its canonical form under an orthogonal transformation?

$3x^2 + 3y^2$ என்ற இருபடிக்கோவை ஏற்கெனவே மூலைவிட்ட வடிவில் உள்ளது. செங்குத்து உருமாற்றத்தின் கீழ் அதன் நியமன வடிவத்தைச் சரியாகக் குறிப்பிடுவது எது?

A. $x^2 - y^2$

B. $3x + 3y$

C. $3x^2 + 3y^2$

D. $6xy$

14. Find the general solution of $y'' - 5y' + 6y = 0$.

$y'' - 5y' + 6y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

A. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$

B. $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{-3x}$

C. $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 3x$

D. $y = C_1e^{5x} + C_2e^{6x}$

15. For $y'' + y = \tan x$, a particular solution can be constructed using variation of parameters. Which pair forms a fundamental solution set for the associated homogeneous equation?

$y'' + y = \tan x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான சிறப்புத் தீர்வை மாறிலிகளின் மாறல் முறையில் காணலாம். இதனுடன் தொடர்புடைய ஒருபடித்தான சமன்பாட்டின் அடிப்படைத் தீர்வுத் தொகுதி எது?

A. e^x, e^{-x}

B. $1, x$

C. $\cos x, \sin x$

D. x^2, x^3

16. For $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$, assume a trial solution $y = x^m$. Which auxiliary equation results?

$x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் $y = x^m$ எனக் கொண்டால் கிடைக்கும் துணைச் சமன்பாடு எது?

A. $m^2 - 3m + 4 = 0$

B. $m(m-1) - 3m + 4 = 0$

C. $m^2 + 3m + 4 = 0$

D. $m(m-1) + 3m + 4 = 0$

17. If $z = x^2y + y^2$, where $x = t$ and $y = t^2$, find dz/dt at $t = 1$.

$z = x^2y + y^2$, $x = t$, $y = t^2$ எனில், $t = 1$ என்ற நிலையில் dz/dt-ஐக் கணக்கிடுக.

A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

18. If $u = x + y$ and $v = x - y$, evaluate $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$.

$u = x + y$, $v = x - y$ எனில், $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$-இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 0

B. 1

C. 2

D. -2

19. For $f(x,y) = x^2 + y^2$, what is the first-order Taylor approximation about $(1,1)$?

$f(x,y) = x^2 + y^2$ என்ற சார்பிற்கு $(1,1)$ என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட முதல் வரிசை டெய்லர் தோராய மதிப்பு எது?

A. $2 + 2(x-1) + 2(y-1)$

B. $2 + (x-1)^2 + (y-1)^2$

C. $x^2 + y^2 + 2$

D. $2 + (x-1) + (y-1)$

20. For $f(x,y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y$, where does the function attain its minimum?

$f(x,y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y$ என்ற சார்பு எந்தப் புள்ளியில் சிறும மதிப்பை அடைகிறது?

A. (2,3)

B. $(-2,-3)$

C. (4,6)

D. (0,0)

21. Evaluate $\int_0^2 (3x^2 + 2x)\ dx$.

$\int_0^2 (3x^2 + 2x)\ dx$–இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 8

B. 10

C. 12

D. 14

22. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x\, dx$.

$\int_0^{\pi/2} \sin^3 x\, dx$–ஐக் கணக்கிடுக.

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 1

D. $\frac{\pi}{4}$

23. Evaluate $\int_0^1 \int_0^2 (x + y)\ dy\, dx$.

$\int_0^1 \int_0^2 (x + y)\ dy\, dx$–இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

24. The region is bounded by $0 \leq x \leq 1$ and $0 \leq y \leq x$. After reversing the order of integration, which limits correctly describe the same region?

$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$ என்ற எல்லைகளால் சூழப்பட்ட பகுதியைத் தொகையீட்டு வரிசையை மாற்றி எழுதும்போது கிடைக்கும் சரியான எல்லைகள் எவை?

A. $0 \leq y \leq 1,\ 0 \leq x \leq y$

B. $0 \leq y \leq 1,\ y \leq x \leq 1$

C. $0 \leq x \leq 1,\ x \leq y \leq 1$

D. $0 \leq y \leq x,\ 0 \leq x \leq 1$

25. Evaluate $\iiint_V 1\ dV$, where V is a rectangular solid with side lengths 2, 3, and 4.

பக்க நீளங்கள் 2, 3, 4 கொண்ட செவ்வகக் கனத்திற்குள் $\iiint_V 1\ dV$–இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 9

B. 12

C. 18

D. 24

26. For the scalar field $\phi(x, y, z) = xy + z^2$, determine $\nabla\phi$ at (2,3,1).

$\phi(x, y, z) = xy + z^2$ என்ற அளவிலிச் சார்பின் சாய்வு வெக்டரை (2,3,1) என்ற புள்ளியில் கண்டறிக.

A. $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$

B. $2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k}$

C. $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$

D. $2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$

27. For $\phi(x, y) = x^2 + y^2$, find the directional derivative at $(1,0)$ in the direction of the unit vector $\hat{u} = (0,1)$.

$\phi(x, y) = x^2 + y^2$ என்ற சார்பின் $(1,0)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $\hat{u} = (0,1)$ என்ற அலகுத் திசை வெக்டரின் திசையிலான திசை வகைக்கெழுவைக் காண்க.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

28. For $\vec{F} = -y\hat{\imath} + x\hat{\jmath}$, evaluate the curl $\nabla \times \vec{F}$.

$\vec{F} = -y\hat{\imath} + x\hat{\jmath}$ என்ற வெக்டர் புலத்தின் சுழற்சியைக் கண்டறிக.

A. $\vec{0}$

B. $2\hat{k}$

C. $-2\hat{k}$

D. $\hat{\imath} + \hat{\jmath}$

29. Green's theorem converts a positively oriented line integral around a simple closed plane curve into which type of integral?

நேர்மறைத் திசையில் செல்லும் எளிய முடிய தள வளைவைச் சுற்றிய கோட்டுத் தொகையீட்டை கிரீனின் தேற்றம் எந்த வகையான தொகையீடாக மாற்றுகிறது?

A. A triple integral over a volume – கனப்பகுதி மீதான மும்மடங்குத் தொகையீடு

B. A surface integral in three dimensions only – முப்பரிமாணப் பரப்புத் தொகையீடு மட்டும்

C. A double integral over the enclosed plane region – சூழப்பட்ட தளப்பகுதி மீதான இரட்டைத் தொகையீடு

D. A single indefinite integral – வரையறுக்கப்படாத ஒற்றைத் தொகையீடு

30. The Gauss divergence theorem relates the outward flux through a closed surface to which integral over the enclosed region?

ஒரு மூடிய பரப்பின் வழியாக வெளிப்புறமாகச் செல்லும் பாய்வை, காஸ் பாய்வு தேற்றம் சூழப்பட்ட கனப்பகுதியின் எந்தத் தொகையீட்டுடன் தொடர்புபடுத்துகிறது?

A. The volume integral of the divergence – பாய்வு விரிவின் கனஅளவுத் தொகையீடு

B. The line integral of the gradient – சாய்வு வெக்டரின் கோட்டுத் தொகையீடு

C. The surface integral of the scalar potential alone – அளவிலி நிலைச் சார்பின் பரப்புத் தொகையீடு மட்டும்

D. The volume integral of the curl – சுழற்சியின் கனஅளவுத் தொகையீடு

31. Which surface integral corresponds to the circulation of a vector field around the positively oriented boundary curve C, according to Stokes' theorem?

ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தின்படி, C என்ற நேர்மறைத் திசையிலான எல்லை வளைவைச் சுற்றிய வெக்டர் புலத்தின் சுழற்சிக்குச் சமமான பரப்புத் தொகையீடு எது?

A. $\iint_S \nabla \cdot \vec{F}\, dS$

B. $\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \hat{n}\, dS$

C. $\iiint_V \nabla \cdot \vec{F}\, dV$

D. $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n}\, dS$

32. Which of the following complex functions is analytic throughout the complex plane?

பின்வரும் கலப்புச் சார்புகளில் எது முழுக் கலப்புத் தளத்திலும் பகுப்பாய்வுத் தன்மையைக் கொண்டுள்ளது?

A. $f(z) = \overline{z}$

B. $f(z) = |z|^2$

C. $f(z) = z^2 + 1$

D. $f(z) = \mathrm{Re}(z)$

33. If the real part of an analytic function is $u(x, y) = x^2 - y^2$, which imaginary part $v(x, y)$ is consistent with the Cauchy–Riemann equations, up to an additive constant?

ஒரு பகுப்பாய்வுச் சார்பின் மெய்ப்பகுதி $u(x, y) = x^2 - y^2$ எனில், காஷி–ரீமான் சமன்பாடுகளுக்கு ஏற்ப அமையும் கற்பனைப் பகுதி எது? கூட்டல் மாறிலி அனுமதிக்கப்படுகிறது.

A. $v = 2xy + C$

B. $v = -2xy + C$

C. $v = x^2 + y^2 + C$

D. $v = x - y + C$

34. At which points is the mapping $w = z^2$ conformal?

$w = z^2$ என்ற உருமாற்றம் எந்தப் புள்ளிகளில் கோணப் பாதுகாப்புத் தன்மையைக் கொண்டுள்ளது?

A. Only at – இல் மட்டும்
B. At every point where – உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலும்
C. Nowhere in the complex plane – கலப்பு தளத்தில் எங்கும் இல்லை
D. Only for real positive – நேர்மறை மெய் மதிப்புகளுக்கு மட்டும்

35. For the bilinear transformation $w = \frac{az+b}{cz+d}$, which condition is required for it to be nonconstant and nondegenerate?

$w = \frac{az+b}{cz+d}$ என்ற இருகோட்டு உருமாற்றம் மாறாத சார்பாக இல்லாமல், சிதைவற்றதாக இருக்க வேண்டிய நிபந்தனை எது?

A. $ad - bc = 0$

B. $a + b + c + d = 0$

C. $a = d = 0$

D. $ad - bc \neq 0$

36. If $f(z)$ is analytic throughout a simply connected region and its boundary, what is $\oint_C f\,(z)\,dz$ for a closed contour C in that region?

$f(z)$ ஒரு எளிய இணைப்புடைய பகுதியிலும் அதன் எல்லையிலும் பகுப்பாய்வுத் தன்மையைக் கொண்டிருந்தால், அந்தப் பகுதியில் உள்ள மூடிய வளைவு C-க்கான $\oint_C f\,(z)\,dz$-இன் மதிப்பு என்ன?

A. $2\pi i$

B. 1

C. 0

D. It depends only on contour length – வளைவின் நீளத்தை மட்டுமே சார்ந்தது

37. What is the Taylor series of e^z about $z = 0$?

$z = 0$ என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட e^z-இன் டெய்லர் தொடர் எது?

A. $1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \cdots$

B. $1 - z + \frac{z^2}{2!} - \frac{z^3}{3!} + \cdots$

C. $z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \cdots$

D. $1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{4} + \cdots$

38. Which feature distinguishes a Laurent series from a Taylor series in a punctured neighbourhood of a singularity?

ஒரு தனித்த புள்ளியின் அருகிலுள்ள பகுதியில், லாரன்ட் தொடரை டெய்லர் தொடரிலிருந்து வேறுபடுத்தும் பண்பு எது?

A. It contains only positive integer powers – நேர்ம முழு அடுக்குகள் மட்டுமே இடம்பெறும்

B. It may contain negative integer powers – எதிர்ம முழு அடுக்குகளும் இடம்பெறலாம்

C. It cannot represent complex functions – கலப்புச் சார்புகளை வெளிப்படுத்த இயலாது

D. It contains only constant terms – மாறிலி உறுப்புகள் மட்டுமே இடம்பெறும்

39. Determine $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+9}\right\}$.

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+9}\right\}$–ஐக் கண்டறிக.

A. $\cos 3t$

B. $3\sin 3t$

C. $\frac{1}{3}\sin 3t$

D. e^{-3t}

40. If $\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$ and $y(0) = y_0$, what is $\mathcal{L}\{y'(t)\}$?

$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$, $y(0) = y_0$ எனில், $\mathcal{L}\{y'(t)\}$–இன் மதிப்பு எது?

A. $sY(s)$

B. $sY(s) - y_0$

C. $Y(s) - sy_0$

D. $Y(s)/s - y_0$

41. If $B = P^{-1}AP$, where P is nonsingular, which property is necessarily shared by A and B?

P என்பது நேர்மாறாக்கக்கூடிய அணி என்றும் $B = P^{-1}AP$ என்றும் இருந்தால், A, B ஆகிய ஒத்த அணிகளுக்கு மாறாமல் இருக்கும் பண்பு எது?

A. All corresponding entries – தொடர்புடைய அனைத்து உறுப்புகளும்

B. All corresponding eigenvectors – தொடர்புடைய அனைத்து ஐகன் வெக்டர்களும்

C. Characteristic polynomial – பண்புப் பல்லுறுப்புக்கோவை

D. All corresponding row entries – தொடர்புடைய அனைத்து வரிசை உறுப்புகளும்

42. If $x^2 + y^2 = 25$, find dy/dx at the point $(3,4)$.

$x^2 + y^2 = 25$ என்ற உட்படு தொடர்பில் $(3,4)$ என்ற புள்ளியில் dy/dx-ஐக் காண்க.

A. $-3/4$

B. $3/4$

C. $-4/3$

D. $4/3$

43. If $F(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2}\ dt$, what is $F'(x)$?

$F(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2}\ dt$ எனில், $F'(x)$-இன் மதிப்பு என்ன?

A. $\sqrt{1+x^2}$

B. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

C. $\int_1^x \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\ dt$

D. $\sqrt{1+t^2}$

44. If $f(t)$ is periodic with period T, which expression gives its Laplace transform when the integral exists?

T என்ற கால அளவைக் கொண்ட காலமுறைச் சார்பு $f(t)$-க்கு, அதன் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t)\ dt$

B. $\int_0^T e^{st} f(t)\ dt$

C. $\frac{1}{T} \int_0^T f\ (t)\ dt$

D. $\int_0^\infty f\ (t)\ dt$

45. If $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$ and $\mathcal{L}\{g(t)\} = G(s)$, what is the Laplace transform of their convolution?

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, $\mathcal{L}\{g(t)\} = G(s)$ எனில், அவற்றின் சுருளல் சார்பின் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $F(s) + G(s)$

B. $F(s)G(s)$

C. $F(s)/G(s)$

D. $F(s) - G(s)$

46. Solve $y'' + 4y = 0$, subject to $y(0) = 0$ and $y'(0) = 2$.

$y'' + 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$ என்ற தொடக்க நிபந்தனைகளுடன் கூடிய சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

A. $y = \cos 2t$

B. $y = 2\cos 2t$

C. $y = \sin 2t$

D. $y = 2\sin 2t$

47. A periodic function has period T and equals 1 for $0 \leq t < T$. What is its Laplace transform?

T என்ற கால அளவைக் கொண்ட ஒரு காலமுறைச் சார்பு, $0 \leq t < T$ என்ற இடைவெளியில் 1-க்குச் சமம். அதன் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $\frac{1}{s}$

B. $\frac{1-e^{-sT}}{s}$

C. $\frac{1}{s(1-e^{-sT})}$

D. $\frac{e^{-sT}}{s}$

48. Which condition guarantees that a real matrix can be diagonalised by an orthogonal transformation?

ஒரு மெய் அணியைச் செங்குத்து உருமாற்றத்தின் மூலம் மூலைவிட்ட வடிவமாக மாற்றுவதற்கு உத்தரவாதமளிக்கும் நிபந்தனை எது?

A. The matrix is triangular – அணி முக்கோண வடிவில் இருத்தல்

B. The matrix is nonsingular – அணி நேர்மாறாக்கக்கூடியதாக இருத்தல்

C. The matrix is symmetric – அணி சமச்சீர் அணியாக இருத்தல்

D. The matrix has zero trace – மூலைவிட்ட உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை பூச்சியமாக இருத்தல்

49. Determine the degree of homogeneity of $f(x, y) = x^2y + xy^2$.

$f(x, y) = x^2y + xy^2$ என்ற சார்பின் ஒருபடித்தான படியைக் கண்டறிக.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

50. Determine the residue of $f(z) = \frac{z+1}{z-2}$ at its simple pole $z = 2$.

$f(z) = \frac{z+1}{z-2}$ என்ற சார்பின் எளிய துருவமான $z = 2$–இல் உள்ள எச்சத்தைக் காண்க.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

51. A 2×2 matrix has eigenvalues 4 and -2. What are its determinant and trace, respectively?

ஒரு 2×2 அணியின் ஐகன் மதிப்புகள் $4, -2$ எனில், அதன் அணிக்கோவையும் தடமும் முறையே எவை?

A. $8, 2$

B. $-8, 2$

C. $-8, 6$

D. $2, -8$

Unit 01 : MATHEMATICS

அலகு 01 : கணிதம்

ANSWER AND EXPLANATION

01. The characteristic equation of a real matrix A is $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$. What are the eigenvalues of A?

ஒரு மெய் அணியின் பண்புச் சமன்பாடு $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ எனில், அதன் ஐகன் மதிப்புகள் யாவை?

A. $\lambda = 1,6$ - $\lambda = 1,6$

B. $\lambda = 2,3$ - $\lambda = 2,3$

C. $\lambda = -2,-3$ - $\lambda = -2,-3$

D. $\lambda = 0,5$ - $\lambda = 0,5$

Answer: B

Explanation: Factor the characteristic equation: $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = (\lambda - 2)(\lambda - 3) = 0$. Therefore, the eigenvalues are 2 and 3.

விளக்கம்: கொடுக்கப்பட்ட பண்புச் சமன்பாட்டை காரணிகளாகப் பிரிக்கும்போது $(\lambda - 2)(\lambda - 3) = 0$ கிடைக்கிறது. ஒவ்வொரு காரணியையும் பூச்சியத்திற்குச் சமமாக்கினால், ஐகன் மதிப்புகள் 2, 3 ஆகும்.

02. If a square matrix A has characteristic polynomial $p(\lambda) = \lambda^2 - 4\lambda + 3$, which matrix identity must it satisfy?

ஒரு சதுர அணியின் பண்புப் பல்லுறுப்புக்கோவை $p(\lambda) = \lambda^2 - 4\lambda + 3$ எனில், அந்த அணி நிறைவேற்ற வேண்டிய சமன்பாடு எது?

A. $A^2 + 4A + 3I = 0$

B. $A^2 - 3A + 4I = 0$

C. $A^2 - 4A + 3I = 0$

D. $A^2 + 3A - 4I = 0$

Answer: C

Explanation: The Cayley–Hamilton theorem states that every square matrix satisfies its own characteristic equation. Substituting A for λ gives $A^2 - 4A + 3I = 0$, where I is the identity matrix.

விளக்கம்: ஒவ்வொரு சதுர அணியும் அதன் சொந்தப் பண்புச் சமன்பாட்டை நிறைவேற்றும் என்பது கேலி–ஹாமில்டன் தேற்றமாகும். இங்கு மாறி λ–விற்குப் பதிலாக A–ஐ இடும்போது $A^2 - 4A + 3I = 0$ கிடைக்கிறது. I என்பது முற்றொருமை அணி.

03. Determine the order and degree of the differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$.

$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$ என்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டின் வரிசையையும் படியையும் கண்டறிக.

A. Order 2, degree 3 – வரிசை 2, படி 3

B. Order 3, degree 2 – வரிசை 3, படி 2

C. Order 4, degree 1 – வரிசை 4, படி 1

D. Order 3, degree 4 – வரிசை 3, படி 4

Answer: B

Explanation: The highest derivative is d^3y/dx^3, so the order is 3. The equation is polynomial in its derivatives, and the highest derivative has exponent 2; hence the degree is 2.

விளக்கம்: சமன்பாட்டில் உள்ள மிக உயர்ந்த வகையீடு மூன்றாம் வகையீடு என்பதால் வரிசை 3. அந்த மிக உயர்ந்த வகையீட்டின் அடுக்கு 2 என்பதால் படி 2 ஆகும். இங்கு வகையீடுகள் பல்லுறுப்புக்கோவை வடிவில் அமைந்துள்ளன.

04. For the differential equation $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}$, which particular integral is correct?

$y'' - 3y' + 2y = e^{3x}$ என்ற வகையீட்டுச் சமன்பாட்டிற்கான ஒரு சிறப்புத் தீர்வு எது?

A. $y_p = \frac{e^{3x}}{2}$

B. $y_p = 3e^{3x}$

C. $y_p = e^{2x}$

D. $y_p = \frac{e^{3x}}{6}$

Answer: A

Explanation: Assume $y_p = Ae^{3x}$. Substitution gives $(9 - 9 + 2)Ae^{3x} = e^{3x}$, so $2A = 1$ and $A = 1/2$. Therefore, the correct particular integral is actually $y_p = e^{3x}/2$.

விளக்கம்: சிறப்புத் தீர்வு $y_p = Ae^{3x}$ எனக் கொள்வோம். இதன் வகையீடுகளைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிடும்போது $2Ae^{3x} = e^{3x}$ கிடைக்கிறது. எனவே $A = 1/2$. ஆகவே சிறப்புத் தீர்வு $y_p = e^{3x}/2$.

05. If $u = x^3 + y^3 + 3xy^2$ is a homogeneous function of degree 3, what is $xu_x + yu_y$?

$u = x^3 + y^3 + 3xy^2$ என்பது 3 ஆம் படியுடைய ஒருபடித்தான சார்பு எனில், $xu_x + yu_y$–இன் மதிப்பு என்ன?

A. u

B. $2u$

C. $3u$

D. $4u$

Answer: C

Explanation: Euler's theorem for a homogeneous function of degree n states that $xu_x + yu_y = nu$. Here $n = 3$, so the result is $3u$.

விளக்கம்: n ஆம் படியுடைய ஒருபடித்தான சார்பிற்கு, ஆய்லரின் தேற்றத்தின்படி $xu_x + yu_y = nu$. இங்கு படி 3 என்பதால் அதன் மதிப்பு $3u$.

06. Evaluate $\int xe^x\,dx$ using integration by parts.

பகுதித் தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி $\int xe^x\,dx$–ஐக் கணக்கிடுக.

A. $e^x(x + 1) + C$

B. $xe^x + C$

C. $e^x(x - 1) + C$

D. $\frac{x^2e^x}{2} + C$

Answer: C

Explanation: Use $\int u\,dv = uv - \int v\,du$, with $u = x$ and $dv = e^x dx$. Then $\int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = e^x(x-1) + C$.

விளக்கம்: பகுதித் தொகையிடல் விதி $\int u\,dv = uv - \int v\,du$ ஆகும். இதில் $u = x$, $dv = e^x dx$ என எடுத்தால், தொகையீடு $xe^x - e^x + C = e^x(x-1) + C$ எனக் கிடைக்கிறது.

07. **For the vector field $\vec{F} = x^2\hat{\imath} + y^2\hat{\jmath} + z^2\hat{k}$, determine its divergence at (1,1,1).**

$\vec{F} = x^2\hat{\imath} + y^2\hat{\jmath} + z^2\hat{k}$ என்ற வெக்டர் புலத்தின் (1,1,1) என்ற புள்ளியிலான பாய்வு விரிவைக் கண்டறிக.

A. 3

B. 6

C. 9

D. 1

Answer: B

Explanation: Divergence is $\nabla \cdot \vec{F} = \partial(x^2)/\partial x + \partial(y^2)/\partial y + \partial(z^2)/\partial z = 2x + 2y + 2z$. At (1,1,1), the value is 6.

விளக்கம்: பாய்வு விரிவு என்பது ஒவ்வொரு கூறையும் அதற்குரிய மாறியைப் பொறுத்து வகையீடு செய்து கூட்டுவதாகும். எனவே $\nabla \cdot \vec{F} = 2x + 2y + 2z$. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் $2 + 2 + 2 = 6$.

08. **For $f(z) = u + iv$ to be analytic at a point where the first partial derivatives are continuous, which pair of equations must be satisfied?**

$f(z) = u + iv$ என்ற கலப்புச் சார்பு, முதல் பகுதி வகையீடுகள் தொடர்ச்சியாக உள்ள ஒரு புள்ளியில் பகுப்பாய்வுச் சார்பாக இருக்க, நிறைவேற வேண்டிய சமன்பாடுகள் எவை?

A. $u_x = v_x,\ u_y = v_y$

B. $u_x = -v_x,\ u_y = v_y$

C. $u_x = v_y,\ u_y = v_x$

D. $u_x = v_y,\ u_y = -v_x$

Answer: D

Explanation: The Cauchy–Riemann equations are $u_x = v_y$ and $u_y = -v_x$. When these hold with the stated continuity conditions, they establish analyticity locally.

விளக்கம்: காஷி–ரீமான் சமன்பாடுகள் $u_x = v_y$, $u_y = -v_x$ என்பனவாகும். முதல் பகுதி வகையீடுகள் தொடர்ச்சியாகவும் இச்சமன்பாடுகள் நிறைவேறியும் இருந்தால், அந்தப் புள்ளியின் அருகில் சார்பு பகுப்பாய்வுத் தன்மையைப் பெறுகிறது.

09. If a function has a single simple pole at $z = 0$ with residue 2, what is $\oint_C f(z)\,dz$ when C is a positively oriented closed contour enclosing only that pole?

ஒரு சார்பிற்கு $z = 0$–இல் மட்டும் எளிய துருவம் உள்ளது; அதன் எச்சம் 2. அந்தத் துருவத்தை மட்டும் உள்ளடக்கிய நேர்மறைத் திசையில் செல்லும் முடிய வரையறை C–க்கான $\oint_C f(z)\,dz$–இன் மதிப்பு என்ன?

A. $2\pi i$

B. $4\pi i$

C. 2

D. 0

Answer: B

Explanation: By the residue theorem, the contour integral equals $2\pi i$ times the sum of residues inside the contour. Thus $\oint_C f(z)\,dz = 2\pi i(2) = 4\pi i$.

விளக்கம்: எச்சத் தேற்றத்தின்படி, முடிய வரையறைத் தொகையீடு என்பது வரையறைக்குள் உள்ள எச்சங்களின் கூடுதலின் $2\pi i$ மடங்காகும். இங்கு எச்சம் 2 என்பதால் தொகையீடு $4\pi i$.

10. For $a > 0$, what is the Laplace transform of $f(t) = \sin(at)$?

$a > 0$ எனில், $f(t) = \sin(at)$ என்ற சார்பின் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $\frac{s}{s^2+a^2}$

B. $\frac{1}{s+a}$

C. $\frac{a}{s^2+a^2}$

D. $\frac{a}{s+a}$

Answer: C

Explanation: The standard Laplace transform is $\mathcal{L}\{\sin(at)\} = \frac{a}{s^2+a^2}, \quad s > 0$. This result follows from integrating $e^{-st}\sin(at)$ over $t \geq 0$.

விளக்கம்: சைன் சார்பின் லாப்லாஸ் உருமாற்ற விதி $\mathcal{L}\{\sin(at)\} = \frac{a}{s^2+a^2}$ ஆகும். இங்கு $s > 0$ என்ற நிபந்தனையில் இவ்வுருமாற்றம்.

11. **For the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, which vector is an eigenvector corresponding to the eigenvalue $\lambda = 4$?**

$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ என்ற அணிக்கு $\lambda = 4$ என்ற ஐகன் மதிப்புடன் தொடர்புடைய ஐகன் வெக்டர் எது?

A. $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

B. $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

D. $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ - $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Answer: B

Explanation: An eigenvector satisfies $Av = \lambda v$. Multiplication by A leaves the first coordinate multiplied by 4, so $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ satisfies the required equation.

விளக்கம்: $Av = \lambda v$ என்ற தொடர்பை நிறைவேற்றும் பூச்சியமற்ற வெக்டரே ஐகன் வெக்டர் ஆகும். இங்கு முதல் கூறு மட்டும் 4 ஆல் பெருக்கப்படுவதால், $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ சரியான விடையாகும்.

12. **A real matrix Q represents an orthogonal transformation if $Q^TQ = I$. What property does this transformation preserve?**

ஒரு மெய் அணி Q, $Q^TQ = I$ என்ற நிபந்தனையை நிறைவேற்றினால் அது செங்குத்து உருமாற்றத்தை அளிக்கிறது. இவ்வுருமாற்றம் எந்தப் பண்பைப் பாதுகாக்கிறது?

A. Vector length and inner products – வெக்டரின் நீளமும் உள் பெருக்கமும்

B. Determinant must always be zero – அணிக்கோவை எப்போதும் பூச்சியமாக இருத்தல்

C. Every eigenvalue must be zero – அனைத்து ஐகன் மதிப்புகளும் பூச்சியமாக இருத்தல்

D. Matrix must be singular – அணி ஒருமையற்றதாக இருத்தல்

Answer: A

Explanation: Since $Q^TQ = I$, the transformation preserves Euclidean lengths and inner products. It does not require the determinant to be zero; for an orthogonal matrix, $\det(Q) = \pm 1$.

விளக்கம்: $Q^TQ = I$ என்பதால் வெக்டர்களின் நீளங்களும் அவற்றின் உள் பெருக்கங்களும் மாறாமல் இருக்கும். அணிக்கோவை பூச்சியமாக இருக்க வேண்டியதில்லை; அதன் மதிப்பு $+1$ அல்லது -1 ஆகும்.

13. The quadratic form $3x^2 + 3y^2$ is already diagonal. Which statement correctly describes its canonical form under an orthogonal transformation?

$3x^2 + 3y^2$ என்ற இருபடிக்கோவை ஏற்கெனவே மூலைவிட்ட வடிவில் உள்ளது. செங்குத்து உருமாற்றத்தின் கீழ் அதன் நியமன வடிவத்தைச் சரியாகக் குறிப்பிடுவது எது?

A. $x^2 - y^2$

B. $3x + 3y$

C. $3x^2 + 3y^2$

D. $6xy$

Answer: C

Explanation: The associated matrix is $3I$, which is unchanged under orthogonal similarity because $Q^T(3I)Q = 3I$. Thus the quadratic form remains $3x^2 + 3y^2$.

விளக்கம்: இக்கோவையின் தொடர்புடைய அணி $3I$ ஆகும். $Q^T(3I)Q = 3I$ என்பதால் செங்குத்து உருமாற்றத்திற்குப் பின்னரும் அதன் வடிவம் மாறாது.

14. Find the general solution of $y'' - 5y' + 6y = 0$.

$y'' - 5y' + 6y = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

A. $y = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$

B. $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{-3x}$

C. $y = C_1\cos 2x + C_2\sin 3x$

D. $y = C_1e^{5x} + C_2e^{6x}$

Answer: A

Explanation: The auxiliary equation is $m^2 - 5m + 6 = 0 = (m - 2)(m - 3)$. Its distinct real roots are 2 and 3, giving $y = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$.

விளக்கம்: துணைச் சமன்பாடு $m^2 - 5m + 6 = 0$ ஆகும். இதனை காரணிகளாகப் பிரிக்கும்போது $m = 2,3$ கிடைக்கின்றன. எனவே பொதுத் தீர்வு $y = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$.

15. For $y'' + y = \tan x$, a particular solution can be constructed using variation of parameters. Which pair forms a fundamental solution set for the associated homogeneous equation?

$y'' + y = \tan x$ என்ற சமன்பாட்டிற்கான சிறப்புத் தீர்வை மாறிலிகளின் மாறல் முறையில் காணலாம். இதனுடன் தொடர்புடைய ஒருபடித்தான சமன்பாட்டின் அடிப்படைத் தீர்வுத் தொகுதி எது?

A. e^x, e^{-x}

B. $1, x$

C. $\cos x, \sin x$

D. x^2, x^3

Answer: C

Explanation: The homogeneous equation $y'' + y = 0$ has characteristic roots $m = \pm i$. Therefore, $\cos x$ and $\sin x$ are linearly independent solutions and form a fundamental set.

விளக்கம்: ஒருபடித்தான சமன்பாடு $y'' + y = 0$ ஆகும். இதன் துணைச் சமன்பாட்டின் வேர்கள் $m = \pm i$. ஆகவே $\cos x$, $\sin x$ ஆகியவை நேரியல் சார்பற்ற அடிப்படைத் தீர்வுகளாக அமைகின்றன.

16. For $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$, assume a trial solution $y = x^m$. Which auxiliary equation results?

$x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$ என்ற சமன்பாட்டில் $y = x^m$ எனக் கொண்டால் கிடைக்கும் துணைச் சமன்பாடு எது?

A. $m^2 - 3m + 4 = 0$

B. $m(m-1) - 3m + 4 = 0$

C. $m^2 + 3m + 4 = 0$

D. $m(m-1) + 3m + 4 = 0$

Answer: B

Explanation: For $y = x^m$, $y' = mx^{m-1}$ and $y'' = m(m-1)x^{m-2}$. Substitution and division by x^m give $m(m-1) - 3m + 4 = 0$.

விளக்கம்: $y = x^m$ எனில், $y' = mx^{m-1}$, $y'' = m(m-1)x^{m-2}$. இவற்றைச் சமன்பாட்டில் பிரதியிட்டு x^m-ஆல் வகுத்தால் $m(m-1) - 3m + 4 = 0$ கிடைக்கும்.

17. If $z = x^2y + y^2$, where $x = t$ and $y = t^2$, find dz/dt at $t = 1$.

$z = x^2y + y^2$, $x = t$, $y = t^2$ எனில், $t = 1$ என்ற நிலையில் dz/dt-ஐக் கணக்கிடுக.

A. 4

B. 6

C. 8

D. 10

Answer: C

Explanation: Substitution gives $z = t^4 + t^4 = 2t^4$. Hence $dz/dt = 8t^3$, and at $t = 1$, the derivative is 8.

விளக்கம்: $x = t$, $y = t^2$ எனப் பிரதியிட்டால் $z = t^4 + t^4 = 2t^4$ கிடைக்கிறது. இதனைப் பொறுத்து வகையீடு செய்தால் $dz/dt = 8t^3$. $t = 1$

18. If $u = x + y$ and $v = x - y$, evaluate $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$.

$u = x + y$, $v = x - y$ எனில், $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$-இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 0

B. 1

C. 2

D. -2

Answer: D

Explanation: The Jacobian determinant is $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (1)(-1) - (1)(1) = -2.$

விளக்கம்: ஜேக்கோபியன் அணிக்கோவை $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ **ஆகும். முதன்முலைவிட்ட உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனிலிருந்து மற்ற முலைவிட்ட உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனைக் கழிக்கும்போது** $-1 - 1 = -2$ **கிடைக்கிறது.**

19. For $f(x, y) = x^2 + y^2$**, what is the first-order Taylor approximation about** $(1,1)$**?**

$f(x, y) = x^2 + y^2$ **என்ற சார்பிற்கு** $(1,1)$ **என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட முதல் வரிசை டெய்லர் தோராய மதிப்பு எது?**

A. $2 + 2(x - 1) + 2(y - 1)$

B. $2 + (x - 1)^2 + (y - 1)^2$

C. $x^2 + y^2 + 2$

D. $2 + (x - 1) + (y - 1)$

Answer: A

Explanation: The first-order expansion is $f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$**. At** $(1,1)$**,** $f = 2$**,** $f_x = 2$**, and** $f_y = 2$**, yielding the stated approximation.**

விளக்கம்: முதல் வரிசை விரிவாக்கம் $f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$ **ஆகும்.** $(1,1)$**-இல் சார்பின் மதிப்பு** 2**, இரு பகுதி வகைக்கெழுக்களின் மதிப்புகளும்** 2**.**

20. For $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y$**, where does the function attain its minimum?**

$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y$ **என்ற சார்பு எந்தப் புள்ளியில் சிறும மதிப்பை அடைகிறது?**

A. $(2,3)$

B. $(-2,-3)$

C. $(4,6)$

D. $(0,0)$

Answer: A

Explanation: Set the first partial derivatives to zero: $f_x = 2x - 4 = 0$ and $f_y = 2y - 6 = 0$. Thus $x = 2, y = 3$. The Hessian matrix is positive definite, so this point is a minimum.

விளக்கம்: முதல் பகுதி வகைக்கெழுக்களைப் பூச்சியத்திற்குச் சமமாக்கினால் $2x - 4 = 0$, $2y - 6 = 0$ கிடைக்கின்றன. எனவே $x = 2, y = 3$. இரண்டாம் வகை வகைக்கெழுக்களால் உருவாகும் அணி நேர்மறைத் தன்மை கொண்டதால் இப்புள்ளியில் சிறும மதிப்பு கிடைக்கிறது.

21. **Evaluate $\int_0^2 (3x^2 + 2x)\, dx$.**

$\int_0^2 (3x^2 + 2x)\, dx$-இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 8

B. 10

C. 12

D. 14

Answer: C

Explanation: An antiderivative is $x^3 + x^2$. Evaluating at the limits gives $(8 + 4) - (0 + 0) = 12$.

விளக்கம்: இதன் தொகையீட்டுச் சார்பு $x^3 + x^2$ ஆகும். மேல் எல்லையான 2-இல் கிடைக்கும் மதிப்பிலிருந்து கீழ் எல்லையான 0-இல் கிடைக்கும் மதிப்பைக் கழித்தால் 12 கிடைக்கிறது.

22. **Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x\, dx$.**

$\int_0^{\pi/2} \sin^3 x\, dx$-ஐக் கணக்கிடுக.

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 1

D. $\frac{\pi}{4}$

Answer: B

Explanation: Write $\sin^3 x = \sin x(1 - \cos^2 x)$. Using $u = \cos x$, the integral becomes $\int_0^1 (1 - u^2)\, du = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

விளக்கம்: $\sin^3 x = \sin x(1 - \cos^2 x)$ என எழுதலாம். $u = \cos x$ என மாற்றீடு செய்தால் தொகையீடு $\int_0^1 (1 - u^2)\, du$ ஆகிறது. இதன் மதிப்பு $2/3$.

23. Evaluate $\int_0^1 \int_0^2 (x + y)\, dy\, dx$.

$\int_0^1 \int_0^2 (x + y)\, dy\, dx$-இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Answer: B

Explanation: Integrating with respect to y first gives $2x + 2$. Then $\int_0^1 (2x + 2)\, dx = [x^2 + 2x]_0^1 = 3$.

விளக்கம்: முதலில் y-ஐப் பொறுத்துத் தொகையிட்டால் $2x + 2$ கிடைக்கிறது. பின்னர் x-ஐப் பொறுத்துத் தொகையிடும்போது $[x^2 + 2x]_0^1 = 3$ கிடைக்கிறது.

24. The region is bounded by $0 \le x \le 1$ and $0 \le y \le x$. After reversing the order of integration, which limits correctly describe the same region?

$0 \le x \le 1, 0 \le y \le x$ என்ற எல்லைகளால் சூழப்பட்ட பகுதியைத் தொகையீட்டு வரிசையை மாற்றி எழுதும்போது கிடைக்கும் சரியான எல்லைகள் எவை?

A. $0 \le y \le 1,\ 0 \le x \le y$

B. $0 \le y \le 1,\ y \le x \le 1$

C. $0 \le x \le 1,\ x \le y \le 1$

D. $0 \le y \le x,\ 0 \le x \le 1$

Answer: B

Explanation: The region lies below $y = x$ and above $y = 0$, for $0 \leq x \leq 1$. Reversing the order gives $0 \leq y \leq 1$, with $y \leq x \leq 1$.

விளக்கம்: கொடுக்கப்பட்ட பகுதி $y = 0$ என்ற அச்சிற்கும் $y = x$ என்ற கோட்டிற்கும் இடையில் உள்ளது. வரிசையை மாற்றும்போது y–இன் எல்லைகள் 0 முதல் 1 வரை அமையும்; ஒவ்வொரு y–க்கும் x, y–இலிருந்து 1 வரை மாறும்.

25. Evaluate $\iiint_V 1 \, dV$, where V is a rectangular solid with side lengths 2, 3, and 4.

பக்க நீளங்கள் 2, 3, 4 கொண்ட செவ்வகக் கனத்திற்குள் $\iiint_V 1 \, dV$–இன் மதிப்பைக் காண்க.

A. 9

B. 12

C. 18

D. 24

Answer: D

Explanation: The triple integral of 1 over a volume equals the volume itself. Thus $V = 2 \times 3 \times 4 = 24$ cubic units.

விளக்கம்: ஒரு கனப்பகுதியில் 1–ஐ மும்மடங்காகத் தொகையிடும்போது அப்பகுதியின் கனஅளவு கிடைக்கும். எனவே கனஅளவு $2 \times 3 \times 4 = 24$ கன அலகுகள்.

26. For the scalar field $\phi(x, y, z) = xy + z^2$, determine $\nabla\phi$ at (2,3,1).

$\phi(x, y, z) = xy + z^2$ என்ற அளவிலிச் சார்பின் சாய்வு வெக்டரை (2,3,1) என்ற புள்ளியில் கண்டறிக.

A. $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$

B. $2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} + \hat{k}$

C. $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$

D. $2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 3\hat{k}$

Answer: A

Explanation: The gradient is $\nabla\phi = (y, x, 2z)$. At $(2,3,1)$, this is $(3,2,2)$, or $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$.

விளக்கம்: சாய்வு வெக்டர் $\nabla\phi = (y, x, 2z)$ ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் இதன் கூறுகள் 3,2,2. எனவே சாய்வு வெக்டர் $3\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$.

27. For $\phi(x, y) = x^2 + y^2$, find the directional derivative at $(1,0)$ in the direction of the unit vector $\hat{u} = (0,1)$.

$\phi(x, y) = x^2 + y^2$ என்ற சார்பின் $(1,0)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $\hat{u} = (0,1)$ என்ற அலகுத் திசை வெக்டரின் திசையிலான திசை வகைக்கெழுவைக் காண்க.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

Answer: A

Explanation: The gradient is $\nabla\phi = (2x, 2y)$, which equals $(2,0)$ at $(1,0)$. The directional derivative is $\nabla\phi \cdot \hat{u} = (2,0) \cdot (0,1) = 0$.

விளக்கம்: சாய்வு வெக்டர் $(2x, 2y)$ ஆகும். $(1,0)$-இல் அதன் மதிப்பு $(2,0)$. இதனைத் திசை அலகு வெக்டருடன் உள் பெருக்கும்போது $2(0) + 0(1) = 0$ கிடைக்கிறது.

28. For $\vec{F} = -y\hat{\imath} + x\hat{\jmath}$, evaluate the curl $\nabla \times \vec{F}$.

$\vec{F} = -y\hat{\imath} + x\hat{\jmath}$ என்ற வெக்டர் புலத்தின் சுழற்சியைக் கண்டறிக.

A. $\vec{0}$

B. $2\hat{k}$

C. $-2\hat{k}$

D. $\hat{\imath} + \hat{\jmath}$

Answer: B

Explanation: In two-dimensional form, the k-component of the curl is $\partial F_y/\partial x - \partial F_x/\partial y = 1 - (-1) = 2$. Therefore, the curl is $2\hat{k}$.

விளக்கம்: சுழற்சியின் k கூறு $\partial F_y/\partial x - \partial F_x/\partial y$ ஆகும். இங்கு அதன் மதிப்பு $1 - (-1) = 2$. எனவே சுழற்சி $2\hat{k}$.

29. Green's theorem converts a positively oriented line integral around a simple closed plane curve into which type of integral?

நேர்மறைத் திசையில் செல்லும் எளிய முடிய தள வளைவைச் சுற்றிய கோட்டுத் தொகையீட்டை கிரீனின் தேற்றம் எந்த வகையான தொகையீடாக மாற்றுகிறது?

A. A triple integral over a volume – கனப்பகுதி மீதான மும்மடங்குத் தொகையீடு

B. A surface integral in three dimensions only – முப்பரிமாணப் பரப்புத் தொகையீடு மட்டும்

C. A double integral over the enclosed plane region – சூழப்பட்ட தளப்பகுதி மீதான இரட்டைத் தொகையீடு

D. A single indefinite integral – வரையறுக்கப்படாத ஒற்றைத் தொகையீடு

Answer: C

Explanation: Green's theorem states that $\oint_C (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R (\partial Q/\partial x - \partial P/\partial y)\,dA$, assuming the required smoothness conditions.

விளக்கம்: கிரீனின் தேற்றத்தின்படி, $\oint_C (P\,dx + Q\,dy)$ என்ற கோட்டுத் தொகையீட்டை, சூழப்பட்ட தளப்பகுதியின் மீது $\iint_R (\partial Q/\partial x - \partial P/\partial y)\,dA$ என்ற இரட்டைத் தொகையீடாக மாற்றலாம்.

30. The Gauss divergence theorem relates the outward flux through a closed surface to which integral over the enclosed region?

ஒரு முடிய பரப்பின் வழியாக வெளிப்புறமாகச் செல்லும் பாய்வை, காஸ் பாய்வு தேற்றம் சூழப்பட்ட கனப்பகுதியின் எந்தத் தொகையீட்டுடன் தொடர்புபடுத்துகிறது?

A. The volume integral of the divergence – பாய்வு விரிவின் கனஅளவுத் தொகையீடு

B. The line integral of the gradient – சாய்வு வெக்டரின் கோட்டுத் தொகையீடு

C. The surface integral of the scalar potential alone – அளவிலி நிலைச் சார்பின் பரப்புத் தொகையீடு மட்டும்

D. The volume integral of the curl – சுழற்சியின் கனஅளவுத் தொகையீடு

Answer: A

Explanation: The theorem states $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n}\, dS = \iiint_V \nabla \cdot \vec{F}\, dV$, for a suitably smooth vector field and a closed boundary surface.

விளக்கம்: காஸ் பாய்வு தேற்றத்தின்படி, மூடிய பரப்பின் வழியான வெளிப்புறப் பாய்வு, அந்தப் பரப்பால் சூழப்பட்ட கனப்பகுதியில் பாய்வு விரிவை மும்மடங்காகத் தொகையிடுவதற்குச் சமம்.

31. Which surface integral corresponds to the circulation of a vector field around the positively oriented boundary curve C, according to Stokes' theorem?

ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தின்படி, C என்ற நேர்மறைத் திசையிலான எல்லை வளைவைச் சுற்றிய வெக்டர் புலத்தின் சுழற்சிக்குச் சமமான பரப்புத் தொகையீடு எது?

A. $\iint_S \nabla \cdot \vec{F}\, dS$

B. $\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \hat{n}\, dS$

C. $\iiint_V \nabla \cdot \vec{F}\, dV$

D. $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n}\, dS$

Answer: B

Explanation: Stokes' theorem states $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \hat{n}\, dS$. It equates circulation around a boundary to the surface integral of the curl.

விளக்கம்: ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தின்படி, எல்லை வளைவைச் சுற்றிய கோட்டுத் தொகையீடு, அந்த வளைவால் வரையறுக்கப்படும் பரப்பின் மீது சுழற்சி வெக்டரின் செங்குத்துக் கூறைத் தொகையிடுவதற்குச் சமம்.

32. Which of the following complex functions is analytic throughout the complex plane?

பின்வரும் கலப்புச் சார்புகளில் எது முழுக் கலப்புத் தளத்திலும் பகுப்பாய்வுத் தன்மையைக் கொண்டுள்ளது?

A. $f(z) = \overline{z}$

B. $f(z) = |z|^2$

C. $f(z) = z^2 + 1$

D. $f(z) = \mathrm{Re}(z)$

Answer: C

Explanation: A polynomial in z is analytic everywhere in the complex plane. The other functions generally fail the Cauchy–Riemann equations throughout any open region.

விளக்கம்: கலப்பு மாறி z–இன் பல்லுறுப்புக்கோவை முழுக் கலப்புத் தளத்திலும் பகுப்பாய்வுத் தன்மையைக் கொண்டிருக்கும். மற்ற சார்புகள் திறந்த பகுதி முழுவதிலும் காஷி–ரீமான் நிபந்தனைகளைப் பொதுவாக நிறைவேற்றுவதில்லை.

33. If the real part of an analytic function is $u(x, y) = x^2 - y^2$, which imaginary part $v(x, y)$ is consistent with the Cauchy–Riemann equations, up to an additive constant?

ஒரு பகுப்பாய்வுச் சார்பின் மெய்ப்பகுதி $u(x, y) = x^2 - y^2$ எனில், காஷி–ரீமான் சமன்பாடுகளுக்கு ஏற்ப அமையும் கற்பனைப் பகுதி எது? கூட்டல் மாறிலி அனுமதிக்கப்படுகிறது.

A. $v = 2xy + C$

B. $v = -2xy + C$

C. $v = x^2 + y^2 + C$

D. $v = x - y + C$

Answer: A

Explanation: From the Cauchy–Riemann equations, $v_y = u_x = 2x$. Integrating with respect to y gives $v = 2xy + g(x)$. The other condition gives $v_x = -u_y = 2y$, so $g'(x) = 0$ and $g(x) = C$.

விளக்கம்: காஷி–ரீமான் சமன்பாட்டின்படி $v_y = u_x = 2x$. இதனை y–ஐப் பொறுத்துத் தொகையிட்டால் $v = 2xy + g(x)$ கிடைக்கும். மற்றொரு நிபந்தனையைப் பயன்படுத்தும்போது $g'(x) = 0$ என்பதால் $g(x)$ ஒரு மாறிலியாகும்.

34. At which points is the mapping $w = z^2$ conformal?

$w = z^2$ என்ற உருமாற்றம் எந்தப் புள்ளிகளில் கோணப் பாதுகாப்புத் தன்மையைக் கொண்டுள்ளது?

A. Only at – இல் மட்டும்
B. At every point where – உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலும்
C. Nowhere in the complex plane – கலப்பு தளத்தில் எங்கும் இல்லை
D. Only for real positive – நேர்மறை மெய் மதிப்புகளுக்கு மட்டும்

Answer: B

Explanation: A complex differentiable mapping is conformal at points where its derivative is nonzero. Here $dw/dz = 2z$, which is nonzero precisely when $z \neq 0$.

விளக்கம்: ஒரு கலப்புச் சார்பின் வகைக்கெழு பூச்சியமற்றதாக இருக்கும் புள்ளிகளில் அந்த உருமாற்றம் கோணங்களைப் பாதுகாக்கும். இங்கு $dw/dz = 2z$. எனவே $z \neq 0$ என்ற எல்லாப் புள்ளிகளிலும் இது கோணப் பாதுகாப்புத் தன்மையைக் கொண்டுள்ளது.

35. For the bilinear transformation $w = \frac{az+b}{cz+d}$, which condition is required for it to be nonconstant and nondegenerate?

$w = \frac{az+b}{cz+d}$ என்ற இருகோட்டு உருமாற்றம் மாறாத சார்பாக இல்லாமல், சிதைவற்றதாக இருக்க வேண்டிய நிபந்தனை எது?

A. $ad - bc = 0$

B. $a + b + c + d = 0$

C. $a = d = 0$

D. $ad - bc \neq 0$

Answer: D

Explanation: The transformation is nondegenerate when $ad - bc \neq 0$. If the determinant is zero, the numerator and denominator are proportional, reducing the transformation to a constant wherever defined.

விளக்கம்: $ad - bc \neq 0$ என்ற நிபந்தனை நிறைவேறினால் உருமாற்றம் சிதைவற்றதாக இருக்கும். அணிக்கோவை பூச்சியமாக இருந்தால், தொகுதியும் பகுதியும் விகிதாசாரமாகி உருமாற்றம் மாறிலிச் சார்பாகச் சுருங்கிவிடும்.

36. If $f(z)$ is analytic throughout a simply connected region and its boundary, what is $\oint_C f(z)\, dz$ for a closed contour C in that region?

$f(z)$ ஒரு எளிய இணைப்புடைய பகுதியிலும் அதன் எல்லையிலும் பகுப்பாய்வுத் தன்மையைக் கொண்டிருந்தால், அந்தப் பகுதியில் உள்ள மூடிய வளைவு C-க்கான $\oint_C f(z)\, dz$-இன் மதிப்பு என்ன?

A. $2\pi i$

B. 1

C. 0

D. It depends only on contour length – வளைவின் நீளத்தை மட்டுமே சார்ந்தது

Answer: C

Explanation: Cauchy's integral theorem states that the integral of a function analytic throughout the required simply connected region around a closed contour is zero.

விளக்கம்: காஷியின் தொகையீட்டுத் தேற்றத்தின்படி, தேவையான இணைப்புத் தன்மை கொண்ட பகுதியில் முழுவதும் பகுப்பாய்வுத் தன்மையுள்ள சார்பின் முடிய வளைவுத் தொகையீடு பூச்சியமாகும்.

37. What is the Taylor series of e^z about $z = 0$?

$z = 0$ என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்ட e^z-இன் டெய்லர் தொடர் எது?

A. $1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \cdots$

B. $1 - z + \frac{z^2}{2!} - \frac{z^3}{3!} + \cdots$

C. $z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \cdots$

D. $1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{4} + \cdots$

Answer: A

Explanation: The Taylor expansion of e^z is $\sum_{n=0}^{\infty} z^n/n!$, which converges for every complex number z.

விளக்கம்: e^z-இன் டெய்லர் விரிவாக்கம் $\sum_{n=0}^{\infty} z^n/n!$ ஆகும். இந்தத் தொடர் அனைத்து கலப்பு எண் மதிப்புகளுக்கும் குவியும்.

38. Which feature distinguishes a Laurent series from a Taylor series in a punctured neighbourhood of a singularity?

ஒரு தனித்த புள்ளியின் அருகிலுள்ள பகுதியில், லாரன்ட் தொடரை டெய்லர் தொடரிலிருந்து வேறுபடுத்தும் பண்பு எது?

A. It contains only positive integer powers – நேர்ம முழு அடுக்குகள் மட்டுமே இடம்பெறும்

B. It may contain negative integer powers – எதிர்ம முழு அடுக்குகளும் இடம்பெறலாம்

C. It cannot represent complex functions – கலப்புச் சார்புகளை வெளிப்படுத்த இயலாது

D. It contains only constant terms – மாறிலி உறுப்புகள் மட்டுமே இடம்பெறும்

Answer: B

Explanation: A Laurent series can contain terms with negative powers of $z - z_0$, allowing it to represent functions near isolated singularities where a Taylor series may not exist.

விளக்கம்: லாரன்ட் தொடரில் $(z - z_0)$-இன் எதிர்ம அடுக்குகள் இடம்பெறலாம். இதனால் தனித்த ஒருமைப்பாடுகள் உள்ள புள்ளிகளின் அருகில் சார்புகளைத் தொடராகக் குறிப்பிட முடியும்; அங்கு டெய்லர் தொடர் அமையாமல் இருக்கலாம்.

39. Determine $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+9}\right\}$.

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+9}\right\}$-ஐக் கண்டறிக.

A. $\cos 3t$

B. $3\sin 3t$

C. $\frac{1}{3}\sin 3t$

D. e^{-3t}

Answer: C

Explanation: Since $\mathcal{L}\{\sin(at)\} = a/(s^2 + a^2)$, dividing the numerator by 3 gives $\mathcal{L}^{-1}\{1/(s^2 + 9)\} = \frac{1}{3}\sin 3t$.

விளக்கம்: $\mathcal{L}\{\sin(at)\} = a/(s^2 + a^2)$ என்ற விதியின்படி, இங்கு $a = 3$. எனவே கொடுக்கப்பட்ட உருமாற்றத்தின் நேர்மாறு $\frac{1}{3}\sin 3t$ ஆகும்.

40. If $\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$ and $y(0) = y_0$, what is $\mathcal{L}\{y'(t)\}$?

$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s)$, $y(0) = y_0$ எனில், $\mathcal{L}\{y'(t)\}$-இன் மதிப்பு எது?

A. $sY(s)$

B. $sY(s) - y_0$

C. $Y(s) - sy_0$

D. $Y(s)/s - y_0$

Answer: B

Explanation: The first-derivative property of the Laplace transform is $\mathcal{L}\{y'\} = sY(s) - y(0)$. The initial value must be included when solving initial-value differential equations.

விளக்கம்: முதல் வகைக்கெழுவின் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் $sY(s) - y(0)$ ஆகும். தொடக்க நிபந்தனைகளுடன் கூடிய வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும்போது தொடக்க மதிப்பைக் கழிப்பது அவசியம்.

41. If $B = P^{-1}AP$, where P is nonsingular, which property is necessarily shared by A and B?

P என்பது நேர்மாறாக்கக்கூடிய அணி என்றும் $B = P^{-1}AP$ என்றும் இருந்தால், A, B ஆகிய ஒத்த அணிகளுக்கு மாறாமல் இருக்கும் பண்பு எது?

A. All corresponding entries – தொடர்புடைய அனைத்து உறுப்புகளும்

B. All corresponding eigenvectors – தொடர்புடைய அனைத்து ஐகன் வெக்டர்களும்

C. Characteristic polynomial – பண்புப் பல்லுறுப்புக்கோவை

D. All corresponding row entries – தொடர்புடைய அனைத்து வரிசை உறுப்புகளும்

Answer: C

Explanation: Similar matrices have the same characteristic polynomial, eigenvalues including algebraic multiplicities, determinant and trace. Their entries and eigenvectors need not be identical.

விளக்கம்: ஒத்த அணிகளின் பண்புப் பல்லுறுப்புக்கோவை, ஐகன் மதிப்புகள், அணிக்கோவை மற்றும் முலைவிட்ட உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை ஆகியவை சமமாக இருக்கும். ஆனால் அவற்றின் உறுப்புகளும் ஐகன் வெக்டர்களும் ஒரே மாதிரியாக இருக்க வேண்டியதில்லை.

42. If $x^2 + y^2 = 25$, find dy/dx at the point $(3,4)$.

$x^2 + y^2 = 25$ என்ற உட்படு தொடர்பில் $(3,4)$ என்ற புள்ளியில் dy/dx-ஐக் காண்க.

A. $-3/4$

B. $3/4$

C. $-4/3$

D. $4/3$

Answer: A

Explanation: Differentiating implicitly gives $2x + 2y(dy/dx) = 0$, hence $dy/dx = -x/y$. At $(3,4)$, the slope is $-3/4$.

விளக்கம்: இரு பக்கங்களையும் x-ஐப் பொறுத்து வகையீடு செய்தால் $2x + 2y(dy/dx) = 0$ கிடைக்கும். எனவே $dy/dx = -x/y$. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியில் இதன் மதிப்பு $-3/4$.

43. If $F(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2}\, dt$, what is $F'(x)$?

$F(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2}\, dt$ எனில், $F'(x)$-இன் மதிப்பு என்ன?

A. $\sqrt{1+x^2}$

B. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

C. $\int_1^x \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\, dt$

D. $\sqrt{1+t^2}$

Answer: A

Explanation: By the fundamental theorem of calculus, the derivative of $\int_a^x f(t)\, dt$ is $f(x)$, provided f is continuous. Therefore $F'(x) = \sqrt{1+x^2}$.

விளக்கம்: தொகையீட்டின் அடிப்படைத் தேற்றத்தின்படி, தொடர்ச்சியான $f(t)$ சார்பிற்கு $\int_a^x f(t)\, dt$-ஐ வகையீடு செய்தால் $f(x)$ கிடைக்கும். எனவே $F'(x) = \sqrt{1+x^2}$.

44. If $f(t)$ is periodic with period T, which expression gives its Laplace transform when the integral exists?

T என்ற கால அளவைக் கொண்ட காலமுறைச் சார்பு $f(t)$-க்கு, அதன் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t)\, dt$

B. $\int_0^T e^{st} f(t)\, dt$

C. $\frac{1}{T} \int_0^T f(t)\, dt$

D. $\int_0^\infty f\,(t)\,dt$

Answer: A

Explanation: For a periodic function, $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{\int_0^T e^{-st} f(t)\,dt}{1-e^{-sT}}$. The denominator accounts for the repeated periods.

விளக்கம்: காலமுறைச் சார்பின் லாப்லாஸ் உருமாற்றத்தில் ஒரு கால இடைவெளிக்கான தொகையீட்டை $1 - e^{-sT}$ ஆல் வகுக்க வேண்டும். ஒவ்வொரு கால இடைவெளியிலும் சார்பு மீண்டும் வருவதைக் கணக்கில் கொள்வதால் இந்த வகுத்தல் அமைகிறது.

45. **If $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$ and $\mathcal{L}\{g(t)\} = G(s)$, what is the Laplace transform of their convolution?**

$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s), \mathcal{L}\{g(t)\} = G(s)$ எனில், அவற்றின் சுருளல் சார்பின் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $F(s) + G(s)$

B. $F(s)G(s)$

C. $F(s)/G(s)$

D. $F(s) - G(s)$

Answer: B

Explanation: The convolution theorem states $\mathcal{L}\{(f * g)(t)\} = F(s)G(s)$, where $(f * g)(t) = \int_0^t f\,(\tau)g(t-\tau)\,d\tau$.

விளக்கம்: சுருளல் சார்பு $(f * g)(t) = \int_0^t f\,(\tau)g(t-\tau)\,d\tau$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதன் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் $F(s)G(s)$ ஆகும்.

46. **Solve $y'' + 4y = 0$, subject to $y(0) = 0$ and $y'(0) = 2$.**

$y'' + 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2$ என்ற தொடக்க நிபந்தனைகளுடன் கூடிய சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

A. $y = \cos 2t$

B. $y = 2\cos 2t$

C. $y = \sin 2t$

D. $y = 2\sin 2t$

Answer: C

Explanation: Taking the Laplace transform gives $(s^2+4)Y(s) - 2 = 0$. Thus $Y(s) = 2/(s^2+4)$, whose inverse transform is $y(t) = \sin 2t$.

விளக்கம்: லாப்லாஸ் உருமாற்றம் செய்தால் $(s^2+4)Y(s) - 2 = 0$ கிடைக்கிறது. எனவே $Y(s) = 2/(s^2+4)$. இதன் நேர்மாறு லாப்லாஸ் உருமாற்றம் $\sin 2t$ ஆகும்.

47. A periodic function has period T and equals 1 for $0 \le t < T$. What is its Laplace transform?

T என்ற கால அளவைக் கொண்ட ஒரு காலமுறைச் சார்பு, $0 \le t < T$ என்ற இடைவெளியில் 1-க்குச் சமம். அதன் லாப்லாஸ் உருமாற்றம் எது?

A. $\frac{1}{s}$

B. $\frac{1-e^{-sT}}{s}$

C. $\frac{1}{s(1-e^{-sT})}$

D. $\frac{e^{-sT}}{s}$

Answer: A

Explanation: Using the periodic-function formula, $\mathcal{L}\{f\} = \frac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T e^{-st}\,dt$. The integral is $(1-e^{-sT})/s$, so the factors cancel and the result is $1/s$.

விளக்கம்: காலமுறைச் சார்பின் விதிப்படி, ஒரு கால இடைவெளியில் உள்ள தொகையீட்டை $1-e^{-sT}$ ஆல் வகுக்க வேண்டும். இங்கு தொகையீடு $(1-e^{-sT})/s$. பொதுக்காரணிகள் நீங்கிய பின் கிடைப்பது $1/s$.

48. Which condition guarantees that a real matrix can be diagonalised by an orthogonal transformation?

ஒரு மெய் அணியைச் செங்குத்து உருமாற்றத்தின் மூலம் மூலைவிட்ட வடிவமாக மாற்றுவதற்கு உத்தரவாதமளிக்கும் நிபந்தனை எது?

A. The matrix is triangular – அணி முக்கோண வடிவில் இருத்தல்

B. The matrix is nonsingular – அணி நேர்மாறாக்கக்கூடியதாக இருத்தல்

C. The matrix is symmetric – அணி சமச்சீர் அணியாக இருத்தல்

D. The matrix has zero trace – மூலைவிட்ட உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை பூச்சியமாக இருத்தல்

Answer: C

Explanation: The spectral theorem states that every real symmetric matrix admits an orthogonal diagonalisation. Its eigenvectors can be chosen as an orthonormal basis.

விளக்கம்: ஒவ்வொரு மெய் சமச்சீர் அணியையும் செங்குத்து உருமாற்றத்தின் மூலம் மூலைவிட்ட வடிவமாக மாற்றலாம் என்பது நிறமாலைத் தேற்றமாகும். அதன் ஐகன் வெக்டர்களை ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான அலகு அடிப்படையாகத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

49. Determine the degree of homogeneity of $f(x, y) = x^2y + xy^2$.

$f(x, y) = x^2y + xy^2$ என்ற சார்பின் ஒருபடித்தான படியைக் கண்டறிக.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: C

Explanation: Both terms have total degree 3: x^2y has degree $2 + 1 = 3$, and xy^2 has degree $1 + 2 = 3$. Therefore the function is homogeneous of degree 3.

விளக்கம்: x^2y என்ற உறுப்பின் மொத்த படி $2 + 1 = 3$. xy^2 என்ற உறுப்பின் மொத்த படியும் $1 + 2 = 3$. இரு உறுப்புகளுக்கும் ஒரே படி இருப்பதால் சார்பு மூன்றாம் படி ஒருபடித்தான சார்பாகும்.

50. Determine the residue of $f(z) = \frac{z+1}{z-2}$ at its simple pole $z = 2$.

$f(z) = \frac{z+1}{z-2}$ என்ற சார்பின் எளிய துருவமான $z = 2$–இல் உள்ள எச்சத்தைக் காண்க.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Answer: C

Explanation: For a simple pole at $z = a$, the residue is $\lim_{z\to a}(z-a)f(z)$. Here it equals $\lim_{z\to 2}(z+1) = 3$.

விளக்கம்: $z = a$ என்ற எளிய துருவத்தில் எச்சம் $\lim_{z\to a}(z-a)f(z)$ ஆகும். இங்கு $z = 2$ எனப் பிரதியிடும்போது எச்சம் $2 + 1 = 3$.

51. A 2×2 matrix has eigenvalues 4 and -2. What are its determinant and trace, respectively?

ஒரு 2×2 அணியின் ஐகன் மதிப்புகள் $4, -2$ எனில், அதன் அணிக்கோவையும் தடமும் முறையே எவை?

A. $8,\ 2$

B. $-8,\ 2$

C. $-8,\ 6$

D. $2,\ -8$

Answer: B

Explanation: The determinant is the product of eigenvalues, $4(-2) = -8$. The trace is their sum, $4 + (-2) = 2$.

விளக்கம்: அணிக்கோவை என்பது ஐகன் மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன்; எனவே $4(-2) = -8$. தடம் என்பது ஐகன் மதிப்புகளின் கூடுதல்; எனவே $4 - 2 = 2$.

52. A nonsingular matrix A satisfies $A^2 - 5A + 6I = 0$. Express A^{-1} in terms of A and I.

நேர்மாறைக் கொண்ட A என்ற அணி $A^2 - 5A + 6I = 0$ என்ற தொடர்பை நிறைவேற்றுகிறது. A^{-1}-ஐ A, I ஆகியவற்றின் மூலம் எழுதுக.

A. $\frac{5I-A}{6}$

B. $\frac{A-5I}{6}$

C. $5A - 6I$

D. $A^2 - 5I$